



XҒТАР 14.35.09

<https://doi.org/10.32523/3080-1710-2025-151-2-212-226>

Шолу мақаласы

Жасанды интеллектті қолдана отырып, жоғары математиканы оқытудың логикалық-мазмұнды моделі

А.Б. Закирова¹, Б.Ж. Нурбеков², Ж.Б. Ахаева³, Г.Б. Толегенова^{*4}

^{1,2,3,4}Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

(E-mail: ¹alma_zakirova@mail.ru, ²b_zh_nur@mail.ru, ³ahaeva07@mail.ru, ⁴gulnaztolegenova@mail.ru)

Аңдатпа. Білім беруді, әсіресе жасанды интеллект (ЖИ) мамандарын дайындау саласындағы, сандық трансформация жағдайында жоғары математиканы тиімді және бейімделгіш әдістермен оқыту қажеттілігі артып келеді. Дәстүрлі тәсілдер көбіне абстрактілі математикалық ұғымдарды қажетті деңгейде меңгеруге кепілдік бермейді, бұл білімнің жетіспеушілігіне және мотивацияның төмендеуіне әкеп соғады. Мақалада жасанды интеллект технологияларын біріктіретін жоғары математиканы оқытудың логикалық-мазмұнды моделі ұсынылған. Модель ақпараттық-математикалық әдістерді, соның ішінде оқу материалын топологиялық сұрыптауды пайдалана отырып, формальды және бейресми оқытуды талдауға негізделген. Математиканың негізгі бөлімдері (сызықтық алгебра, математикалық талдау, ықтималдықтар теориясы, дискретті математика) мен ЖИ технологиялары арасындағы іргелі байланыстардың құрылымдық талдауы онтологиялық карталар және интерактивті білім графтары түрінде ұсынылған. ЖИ-траектория жоспарлаушысы, дербестендірілген тапсырмалар генераторы, визуализация жүйесі және білімді интеллектуалды бағалау жүйесін қамтитын сызықтық алгебраны зерттеудің бейімделгіш моделі сипатталған. Модель екібағытты бейімделуді (тереңдік пен кеңдік бойынша) және қиындықтарды болжамды талдауын қамтамасыз етеді. Құрылымдық талдау мен модельді әзірлеу нәтижелері оны оқытудың тиімділігін және жекелендіруін арттыруға, сондай-ақ математикалық теория мен оның ЖИ-дегі қолданылуы арасындағы алшақтықты жоюға жоғары әлеуетке ие деген қорытынды жасауға мүмкіндік береді. Модельді білім беру үдерісіне енгізу бойынша практикалық ұсыныстар берілген.

Түйін сөздер: жасанды интеллект, жоғары математика, бейімделген оқыту, топологиялық реттеу, білім беру технологиялары.

Кіріспе

ТЗаманауи білім беру жүйесі жоғары математиканы оқытудың дәстүрлі әдістерін цифрлық технологиялардың қарқынды дамуына бейімдеу қажеттілігіне тап болды. Жасанды интеллект (ЖИ) және ақпараттық технологиялар саласындағы мамандарды

Received: 25.04.2025; Revised: 19.06.2025; Accepted: 29.06.2025; Available online: 30.06.2025

даярлауда негізгі рөл атқаратын жоғары математиканың үйрету үрдісін жаңашыл тәсілдермен толықтыру өзекті мәселеге айналуға. Білім беру бағдарламаларын әзірлеуде айтарлықтай прогреске қарамастан, оқу материалын жеке тұлғаның қажеттіліктері мен заманғы еңбек нарығының талаптарын есепке ала отырып, тиімді құрылымдау мәселесі өз шешімін таппай отыр.

Соңғы жылдардың статистикалық деректері бұл мәселенің өзекті екенін растайды. Мысалы, Бүкіләлемдік экономикалық форумның (БЭФ) есептері мен білім саласындағы талдамалы зерттеулер (мысалы EDUCAUSE зерттеуі) ЖИ және деректерді талдау саласында білікті мамандардың жетіспеушілігін көрсетеді. Бұл жетіспеушіліктің негізгі себептерінің бірі – түлектердің математикалық дайындық деңгейінің жеткіліксіздігі. Бұл, өз кезегінде, білім алушылардың қабылдау ерекшеліктері мен материалды меңгеру жылдамдығын ескермейтін дәстүрлі оқыту әдістерінің тиімсіздігімен тікелей байланысты. Көптеген студенттер абстрактілі математикалық ұғымдарды меңгеруде қиындықтарға тап болып, нәтижесінде мотивация төмендейді, оқудан шығу көрсеткіші артады және тиісінше, жоғары технологиялы салаларда мамандардың тапшылығы пайда болады. Жаһандық цифрландыру мен ЖИ-нің қарқынды дамуы жағдайында, математика жай пән емес, күрделі есептерді сипаттау мен шешудің тіліне айналып жатқан кезде, барлық білім алушыларға бірдей қарайтын дәстүрлі оқыту жүйесінің тиімділігі күннен-күнге азаюда.

Жасанды интеллектті жоғары математиканы оқытуға енгізу білім беруді жекелендіру, білімді бағалауды автоматтандыру және оқу траекторияларын оңтайландыру үшін жаңа мүмкіндіктер ашады. Дегенмен, бұл мүмкіндіктерді сәтті жүзеге асыру үшін математиканы оқытудың дәстүрлі әдістерін де, деректерді талдау және машиналық оқытуға негізделген инновациялық тәсілдерді де есепке алатын анық логикалық-мазмұндық модельді әзірлеу қажет.

Бұл мақаланың мақсаты – информатика мен математика әдістерін қолданып, жоғары математиканы формалды және формалды емес түрде оқытуды талдау, сондай-ақ тақырыптарды оқудың оңтайлы тізбегін анықтау үшін оқу материалын топологиялық реттеу арқылы осындай модельді әзірлеу. Зерттеуде математикалық пәндер мен ЖИ технологиялары арасындағы байланыстың негізгі аспектілері қарастырылады, материалды құрылымдау бойынша практикалық шешімдер ұсынылады және модельді білім беру үдерісіне енгізу перспективалары талқыланады.

Зерттеудің өзектілігі терең математикалық білімі бар және ЖИ технологияларымен жұмыс істеу дағдыларын игерген мамандарға деген сұраныстың өсуімен, сондай-ақ бейімделгіш технологиялар арқылы оқыту тиімділігін арттыру қажеттілігімен анықталады. Мақала жоғары математика пәнінің оқытушыларына, білім беру бағдарламаларын әзірлеушілерге және цифрлық білім беру саласындағы зерттеушілерге арналады.

Материалдар мен әдістер

Білім берудегі заманауи тенденциялар білім алушылардың жеке танымдық ерекшеліктеріне бейімделе алатын жүйелерге қажеттілік үнемі артып келе жатқанын көрсетеді. Абстрактілі ұғымдарды терең түсінуді талап ететін жоғары математика

саласында дәстүрлі сызықты оқыту әдістері жиі тиімсіз болып шығады. Біздің әзірлеп жатқан модель формалды математикалық құрылымдар мен жасанды интеллект технологияларын үйлестіруге негізделген жаңа тәсілді ұсынады.

Модельді әзірлеу әдістемесі педагогика ғылымының, таным психологиясының және жасанды интеллекттің заманауи жетістіктерін біріктіретін кешенді тәсілді білдіреді. Модельдің негізінде жоғары математиканы оқытуды ЖИ технологиялары саласындағы кәсіби құзыреттілікті қалыптастыруға бағытталған мақсатты әрекет ретінде қарастыратын жүйелі-іс-әрекеттік тәсіл жатыр. Математикалық ақпаратты қабылдау мен өңдеудің жеке ерекшеліктерін есепке алатын танымдық-ақпараттық парадигмаға ерекше назар аударылады. Модельді әзірлеу кезең-кезеңімен жүзеге асырылды: талдау кезеңінде қолданыстағы білім беру тәжірибелерін зерттеу және абстрактілі математикалық ұғымдарды меңгерудегі негізгі қиындықтарды анықтау жүргізілді; жобалау кезеңінде концептуалды схема мен пәндік сала онтологиясын құруды қамтиды; алгоритмдік кезең оқу материалын бейімдеу және топологиялық реттеу механизмдерін әзірлеуді көздеді; іске асыру кезеңінде модель компоненттерінің бағдарламалық интеграциясы жүзеге асырылды (Russell, Norvig, 2020).

Бейімделгіш оқытудың теориялық негіздері. Әдіснама (Brusilovsky, 2012) әзірлеген бейімделгіш гипермедианың теориялық принциптеріне негізделген. Бұл қағидалар оқу материалының пайдаланушыға қарай динамикалық реттелуін білдіреді. Сонымен қатар, (Hattie, Clarke, 2018) ұсынған “Көрнекі оқыту (Visible Learning)” принциптері ескерілген. Бұл принциптер студенттерге сапалы кері байланыс пен бағалау критерийлерінің айқындығын қамтамасыз етуді атап көрсетеді. Бұл тәсілдер әзірленіп жатқан модельге ендірілген өзін-өзі реттеу (self-regulation) және метакогнитивтік қолдау (metacognitive support) механизмдерінің негізін құрайды.

Модельдің әдіснамалық негізін төрт негізгі принцип құрайды:

1. Когнитивті жүйелілік принципі, оқу материалдарының әр студенттің жеке танымдық қабілетіне сәйкестігін қамтамасыз етеді. Бұл қабылдау стильдерінің (көрнекі, аудиал, кинестетикалық), ақпаратты өңдеу жылдамдығының және жұмыс жады көлемінің талдауы арқылы жүзеге асырылады.

2. Бейімделу динамикасының принципі, бұл жүйеге білім алушының дайындық деңгейіндегі өзгерістерге икемді түрде жауап беруіне мүмкіндік береді. Жүйе ағымдағы нәтижелерді талдау негізінде оқу траекториясын үздіксіз қайта қарап, түзетеді.

3. Тұжырымдамалық тұтастық принципі, кез келген жекелендірілген траекторияда да математикалық білімдердің жүйелілігін сақтауды кепілдейді. Бұл негізгі ұғымдар арасындағы байланыстардың (мысалы, сызықтық түрлендірулерді зерттеу үшін матрицаларды түсіну қажеттілігі) бұзылмайтынын білдіреді.

4. Тәжірибе-бағдарлық принципі, жасанды интеллекттің теориялық ұстанымдары мен қолданбалы мәселелері арасында міндетті байланыс орнату. Әрбір математикалық концепция ЖИ-дегі қолданылу мысалдарымен қоса беріледі.

Модельдің математикалық аппаратына төбелері оқу модульдеріне сәйкес келетін, ал шеттері олардың арасындағы басымдық қатынастарын көрсететін бағытталған ациклдік граф (Directed Acyclic Graph, DAG) түрінде оқу курсының құрылымын көрсетуге арналған графтар теориясының аппаратын қамтиды. Оңтайлы білім беру траекториясын табу мәселесін шешу үшін оңтайландыру әдістері қолданылады, ал ықтималдықтар

теориясының элементтері когнитивтік процестерді стохастикалық жүйелер ретінде модельдеуге және материалды игерудің табыстылығын болжауға мүмкіндік береді.

Білім алушылар туралы деректерді жинау және өңдеу. Бейімделудің тиімділігі студент туралы мәліметтердің сапасы мен толықтығына тікелей тәуелді. Жүйе деректерді бірнеше деңгейде жинайды:

Демографиялық және академиялық деректер – математика бойынша дайындық деңгейі (қабылдау емтихандарының, өткен курстардың нәтижелері бойынша), мамандығы.

Мінез-құлықтық деректер – материалды оқуға кететін уақыт, есептерді шешу әрекеттерінің саны, курстық навигация үлгілері.

Когнитивтік деректер – когнитивтік стиль мен логикалық ойлау деңгейін анықтауға арналған диагностикалық тесттердің нәтижелері.

Қателер туралы деректер – студент жіберетін типтік қателер, жүйеге мақсатты көмек ұсынуға мүмкіндік береді.

(Әлеуетті) Биометриялық деректер – зейін концентрациясы, стресс деңгейі туралы деректер (зерттеу жобалары аясында тасымалданатын құрылғылардан алынған).

Тиімділікті бағалау метрикалары. Әзірленген модельдің тиімділігін бағалау үшін келесі метрикалар қолданылады:

Материалды меңгеру деңгейі – тесттер мен практикалық тапсырмалардың нәтижелері бойынша өлшенеді.

Тақырыпты меңгеру уақыты – тақырыпты меңгеруге адаптивті және дәстүрлі жүйелерде қажет уақыттың салыстыруы.

Қатысу деңгейі – студенттің жүйедегі белсенділігін талдау (жүйеде өткізген уақыт, орындалған тапсырмалар саны).

Студенттердің қанағаттанғандығы – жүйенің ыңғайлылығы мен пайдалылығы туралы субъективті баға алу үшін сауалнамалар мен сауалдықтар жүргізу.

Оқуды тастап кету деңгейінің төмендеуі/оқу үлгерімін арттыру – бақылау тобымен салыстырғанда жүйені пайдалана отырып, студенттердің оқу үлгерімдерін талдау.

Кесте 1. Негізгі әдістемелік принциптердің жиынтық кестесі

принцип	сипаттамасы	артықшылықтары
Когнитивтік үйлесімділік	Мазмұнның оқушының жеке танымдық қабілетіне сәйкестігі (қабылдау мәнері, есте сақтау қабілеті, өңдеу жылдамдығы).	Ассимиляция тиімділігінің артуы, когнитивтік жүктеменің төмендеуі.
Бейімделу динамикасы	Оқушының ағымдағы нәтижелері мен мінез-құлқы негізінде оқу траекториясын үздіксіз түзету.	Оқу жолын жекелендіру, қиындықтар туындаған кезде дер кезінде көмек көрсету
Тұжырымдама тұтастығы	Бейімделу кезінде математикалық ұғымдар арасындағы логикалық және құрылымдық байланыстарды сақтау.	Пәннің берік іргелі түсінігін қамтамасыз ету.
Тәжірибеге бағытталған	Теориялық концепциялар мен AI және онымен байланысты технологиялардағы қолданбалар арасындағы тікелей байланыс.	Оқытылатын материалдың практикалық маңыздылығын көрсету, ынтасын арттыру.

Негізгі әдістемелік аспектілерге мыналар жатады:

– Математикалық ұғымдар арасындағы қатаң құрылымдық тәуелділіктерді анықтауға мүмкіндік беретін (мысалы, дифференциалдық теңдеулерді математикалық талдаудың негіздерін меңгермей-ақ оқу мүмкін еместігі) пәндік саланы формалды-логикалық талдау.

– Графтар теориясы әдістерін қолдана отырып, білімді меңгеру процесін когнитивтік модельдеу, төбелер – оқу модульдерін, ал доғалар – олар арасындағы логикалық байланыстарды бейнелейді.

– Студенттің қазіргі дайындық деңгейіне және оның танымдық сипаттамаларына негізделген нейрожелілік алгоритмдермен жүзеге асырылатын оқу мазмұнын динамикалық топологиялық сұрыптау.

– Әртүрлі ЖИ модульдерді талдайтын көп агентті бағалау жүйелері:

– материалды меңгеру жылдамдығы

– әдеттегі қателер

– артықшылық беретін танымдық стильдер

– биометриялық датчиктерге сәйкес эмоционалды күй.

Мұндай көпсалалы әдіснамалық тәсіл әзірленіп жатқан модельдің ғылыми негізділігін қамтамасыз етеді және оны білім беру үдерісінде іске асыру үшін мықты негіз жасайды. Педагогикалық принциптерді заманауи математикалық әдістермен және жасанды интеллект технологияларымен үйлестіру математикалық білімдерді меңгерудің объективті заңдылықтарын да, әрбір оқушының жеке ерекшеліктерін де есепке алатын шынымен тиімді бейімделген оқыту жүйесін құруға мүмкіндік береді. Осы әдіснаманы іске асыру жасанды интеллект және сабақтас пәндер саласындағы мамандарды математикалық даярлау сапасын арттырудың жаңа перспективаларын ашады (Brusilovsky, 2012).



Сурет 1. Модельді әзірлеудегі әдістемелік тәсілдің блок-схемасы

Математика мен ЖИ арасындағы байланыстарының құрылымдық талдауы.

Құрылымдық талдау жоғары математика бөлімдері мен жасанды интеллект технологиялары арасындағы терең және көп қырлы байланыстарды анықтады, ол қолданбалы ғана емес, сонымен қатар іргелі болып табылады. Жүйе деңгейінде бұл қатынасты күрделі желілік құрылым ретінде көрсетуге болады, мұнда математикалық пәндер концептуалды негізді құрайды, ал заманауи AI технологиялары қолданбалы қондырма ретінде әрекет етеді. Бұл өзара тәуелділік әсіресе негізгі салаларда айқын көрінеді: сызықтық алгебра, математикалық талдау, ықтималдықтар теориясы және қазіргі заманғы машиналық оқыту жүйелерін математикалық қамтамасыз етудің өзегін құрайтын дискретті математика. Бұл қарым-қатынастарды түсіну AI әзірлеушілері үшін ғана емес, сонымен қатар осы қарқынды дамып келе жатқан саланың математикалық негіздерін тиімді меңгеруге ұмтылатын мұғалімдер мен студенттер үшін де өте маңызды.

Мысал ретінде сызықтық алгебраны қолдану арқылы байланыстарды талдау. Сызықтық алгебра іргелі пәндердің бірі ретінде AI-мен тығыз интеграцияны көрсетеді. Оның тұжырымдамалары көптеген машиналық оқыту алгоритмдерінде деректерді ұсыну және өңдеу негізінде жатыр. Осы қатынастарды визуализациялау үшін бірнеше деңгейлерді қамтитын егжей-тегжейлі онтологиялық карта жасалды:

Негізгі деңгей:

- Векторлық кеңістіктер → Нейронды желілердің негіздері (деректерді, мүмкіндіктерді, салмақтарды көрсету).

- Матрицалық амалдар → Терең оқыту қабаттарын іске асыру (енгізілген деректерді сызықтық түрлендіру).

- Меншікті мәндер және меншікті векторлар → Өлшемді азайту әдістері (мысалы, PCA – Негізгі құрамдас талдау).

- Сызықтық тәуелділік/тәуелсіздік → Ерекшеліктердің коллинеарлығын, негіздің маңыздылығын түсіну.

Қолданбалы қабат:

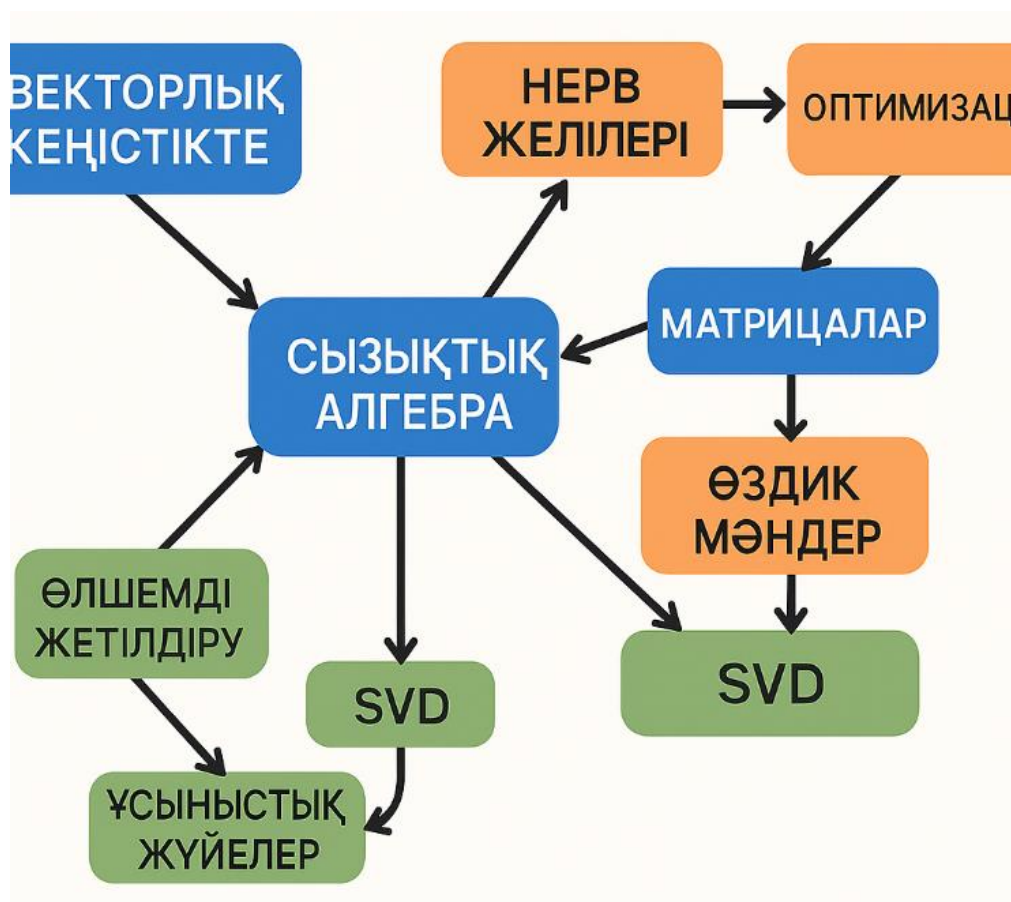
- Сингулярлық ыдырау → Ұсыныс жүйелерінің алгоритмдері

- Тензорлық есептеулер → Терең нейрондық желілерде көп өлшемді деректерді өңдеу (мысалы, конволюциондық қабаттар)

- Матрицаны қалыпқа келтіру → жоғалту функцияларын оңтайландыру, алгоритмдердің жинақтылығын жақсарту.

- Ортогоналды матрицалар → Оқытуды жақсарту үшін нейрондық желілердегі салмақтарды инициализациялау.

Бұл қатынастарды визуализациялау үшін интерактивті білім графигі әзірленді, онда жиектердің қалыңдығы тұжырымдамалық байланыстардың күшін көрсетеді, ал түстер маркерлері тақырыптар арасындағы ауысудың қиындық деңгейін көрсетеді (сурет 2). Жиектердің қалыңдығы концептуалды байланыстардың беріктігін көрсете алады (мысалы, нейрондық желілермен жұмыс істеу үшін матрицаларды түсіну қаншалықты маңызды), ал түсті маркерлер тақырыптар арасындағы ауысудың күрделілік деңгейін немесе байланыс түрін (іргелі, қолданбалы) көрсете алады.



Сурет 2. Интерактивті білім графигінің фрагменті: Сызықтық алгебра және ЖИ

Басқа математикалық пәндермен байланысын талдау. Сызықтық алгебраның ЖС-пен (Жасанды Интеллект) байланысы жалпы көріністің тек бір бөлігі ғана. Математиканың басқа да негізгі бөлімдері үшін ұқсас құрылымдық байланыстарды анықтауға болады:

Математикалық талдау – дифференциалдық есептеу аппараты, атап айтқанда градиенттік түсу әдістері мен олардың нұсқалары (Adam, RMSprop), нейрондық желілерді оқыту кезіндегі салмақтарды оңтайландыру алгоритмдерінің математикалық негізі болып табылады. Қатарлар теориясы мен функционалды талдау рекурренттік желілердің (RNN, LSTM) архитектурасын әзірлеуде және реттеу әдістерінде (мысалы, L1, L2 нормалары) қолданылады. Үздіксіздік, дифференциалдану және дөңеслік ұғымдары алгоритмдердің жинақталуын және модельдердің тұрақтылығын түсіну үшін шешуші рөл атқарады. Интегралдық есептеу ықтималдықтық модельдерде және Бейестік желілерде қолданылады.

Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика – бұл пәндер ЖИ-тегі белгісіздік негізін құрайды. Бейестік әдістер машиналық оқытудың көптеген тәсілдерінің (мысалы, наив Байес классификаторы, Бейестік оңтайландыру) негізінде жатыр. Гипотезаларды тексерудің статистикалық әдістері (p-мәні, сенімділік аралықтары) модельдер сапасын бағалаудың ажырамас бөлігі болып табылады. Бөлулер теориясы (Гаусс, Бернулли және т.б.) деректерді модельдеу үшін қолданылады. Марков процестері

нығайту арқылы оқыту алгоритмдерінің (Reinforcement Learning) негізінде жатыр. Үлкен сандар заңын және орталық шектік теореманы түсіну нәтижелерді түсіндіру үшін қажет.

Дискреттік математика – графтар теориясы желілік құрылымдарды талдау үшін қолданылатын графтық нейрондық желілердің (GNN) математикалық негізін береді (әлеуметтік желілер, молекулалар). Комбинаторика оңтайландыру есептерінде (мысалы, гиперпараметрлерді іздеу, логистикадағы саяхатшы сатушы есебі) қолданылады. Логика және жиындар теориясы эксперттік жүйелердегі білім мен ережелерді көрсетудің негізінде жатыр. Шекті өрістер криптографияда, ЖС-жүйелерінің қауіпсіздігі үшін маңызды болып табылады.

Кесте 2. Математикалық тақырыптардың сәйкестік матрицасы және ЖИ-де қолдану салалары

Математика тақырыбы	Негізгі ұғымдар	AI-дағы қолдану аймағы	Мысалдар
Сызықтық алгебра	Векторлар, матрицалар, анықтауыштар, меншікті мәндер	Нейрондық желілер, кескіндерді өңдеу, өлшемді азайту	Мәліметтерді ұсыну, желі салмағы, PCA, SVD
Математикалық талдау	Туындылар, интегралдар, қатарлар, градиенттер	Модельді оқыту, оңтайландыру	Градиенттің түсуі, белсендіру функциялары, RNN
Ықтималдық теориясы	Ықтималдық, үлестірім, шартты ықтималдық	Машиналық оқыту, Байес желілері	Классификация, Регрессия, Оқытуды күшейту
Дискретті математика	Графиктер, жиындар, логика, комбинаторика	Графикалық нейрондық желілер, эксперттік жүйелер	GNN, білімді ұсыну, оңтайландыру

«Қиындықтар» және байланыстардың сызықты емес сипатын анықтау. Жүргізілген құрылымдық талдау барлық байланыстарды ғана емес, сонымен қатар көп деңгейлі өзара тәуелділік картасын құруға мүмкіндік берді. Талдаудың маңызды нәтижесі – ЖИ-тегі қолданыстағы теория мен практика арасындағы алшақтықтың ерекше айқын байқалған дәстүрлі дайындық бағдарламаларындағы «қиындықтарды» (немесе «әлсіз орындарды») анықтау болды. Мысалы, студенттер матрицалық операцияларды формалды түрде меңгеруі мүмкін, бірақ олардың нейрондық желідегі деректерді түрлендіруде немесе назар механизміндегі рөлін түсінбеуі мүмкін. Бұл әзірленіп жатқан оқыту моделінің құрылымын мақсатты түрде түзетуге, теориялық ұғымдармен таныстырғаннан кейін дереу қолданбалы мысалдар мен интерактивті демонстрацияларды қосуға мүмкіндік берді.

Ерекше құндылығы – анықталған байланыстардың сызықты емес сипаты: көптеген математикалық ұғымдар ЖИ-тің бірнеше әртүрлі салаларында қолданыс табады, ал жекелеген ЖИ-алгоритмдері өз кезегінде математикалық теориялар кешеніне сүйенеді. Мысалы, градиенттік бустинг алгоритмі математикалық талдау элементтерін (градиенттер), дискреттік математиканы (шешім ағаштары) және статистиканы (сапаны бағалау үшін) бір мезгілде пайдаланады. Бұл осы тәуелділіктерді көрсету үшін

арнайы визуализация әдістерін әзірлеуді талап етті, олардың ішінде байланыс түрлері мен ұғымдар арасындағы көшудің күрделілік деңгейлерін түстермен белгілеуі бар көпөлшемді графикалық көріністер (сурет 2) ең тиімді болып шықты. Мұндай тәсіл бар байланыстарды талдауды жеңілдетіп қана қоймай, дамып келе жатқан жасанды интеллект технологияларымен математикалық білімді біріктірудің перспективалық бағыттарын болжауға мүмкіндік берді. Бұл сызықты еместікті түсіну қолдану контекстері арасында икемді ауысуға қабілетті бейімделген оқу траекторияларын құру үшін өте маңызды.

Сонымен, құрылымдық талдау жай ғана байланыстар жиынтығын емес, әр математикалық пәннің бірегей рөл атқаратын, ал олардың жиынтығы ЖС-тің дамуы үшін берік негіз құрайтын күрделі, динамикалық өзара әрекеттесу жүйесін анықтады. Бұл өзара тәуелділік картасы математикалық білімдерді тұтас және қолданбалы түрде меңгеруді қамтамасыз ететін мазмұндық-логикалық модельді жобалаудың негізіне айналады.

Нәтижелер мен талқылау

Сызықтық алгебраны оқытудың адаптивті моделі

Бұл мақалада ұсынылған сызықтық алгебраны оқытудың бейімделген моделі әрбір студенттің жеке ерекшеліктеріне динамикалық түрде бейімделе отырып, білім беру процесін реттейтін интеллектуалды жүйе болып табылады. Бұл ретте ол математикалық білімнің негізгі тұтастығын және Жасанды Интеллект саласындағы қолданбалы маңыздылығын сақтайды. Модель алдыңғы бөлімде анықталған құрылымдық өзара байланыстар мен әдіснамалық принциптер ескеріле отырып әзірленген, нәтижесінде ол тек жекелендіруді ғана емес, сонымен қатар теория мен практиканың терең бірігуін қамтамасыз етеді.

Модельдің архитектурасы мен негізгі компоненттері. Модель кешенді оқыту тәсілін қамтамасыз ететін бірнеше өзара байланысқан компоненттерден тұратын модульді жүйе ретінде құрылған:

Студенттердің профилін анықтау және диагностикалау – бастапқы кезеңде жүйе студенттің негізгі білімін тексеруді, танымдық стилін (визуал/аудиал/кинестетикалық) анықтауды, ақпаратты өңдеу жылдамдығын және ЖИ-тегі артықшылықты қолдану саласын (ML, Көру қабілеті/Computer Vision, NLP, т.б.) бағалауды қамтитын кешенді диагностика жүргізеді. Бұл деректер бейімделудің негізі болатын студенттің жеке профилін құрайды.

Core Curriculum – модельдің негізінде ЖИ-тегі қолданбаларды түсіну үшін қажетті міндетті құзыреттіктер жиынтығы болып табылатын «бейімделген өзек» (плавающее ядро) тұжырымдамасы жатыр. Бағдарлама өзегі үш негізгі блокты қамтиды:

1 блок – векторлық кеңістіктер және сызықтық кескіндеулер. Вектор, базис, сызықтық тәуелділік, сызықтық түрлендірулер ұғымдарын қамтиды. Нейрондық желілердегі деректердің көрінісімен байланыстырылады.

2 блок – матрицалық талдау және сызықтық теңдеулер жүйесі. Матрицалармен операциялар, анықтауыштар, СЛТЕ шешуді қарастырады. Нейрондық желілер қабаттарын іске асыруда және оңтайландыруда қолданылады.

3-блок – Собственді мәндер, сингулярлық жіктеу (SVD). Спектрлік теорияны, SVD-ді қамтиды. PCA (басты компоненттер талдауында), ұсыныс жүйелерінде қолданылады.

Әрбір блок бейімделген оқыту модулі ретінде жүзеге асырылады (3-кесте).

– Оқу траекториясын жоспарлайтын ЖИ-жоспарлаушы – оқудың оңтайлы жолын құру үшін топологиялық сұрыптау және оңтайландыру алгоритмдерін (мысалы, өзгертілген Дейкстра алгоритмі) пайдаланады. Ол мыналарды есепке алады:

- Студенттің алдыңғы білімі (профиль бойынша).
- Мақсатты құзыреттер (мамандандыру).
- Жеке танымдық параметрлер (қабылдау жылдамдығы).
- Ағымдағы прогресс және нәтижелер (басқа компоненттерден кері байланыс).

Жоспарлаушы осы факторлардың өзгеруіне қарай траекторияны динамикалық түрде қайта жасай алады.

– Бейімделген тапсырмалар генераторы – студенттің ағымдағы деңгейіне және таңдалған траекторияға сәйкес келетін есептерді жасайды. Тапсырмалар қиындығы, түрі (есептеулік, дәлелдеулік, қолданбалы) және контексті (таза математика, ЖИ-қолданба) бойынша әртүрленеді. Параметрленген есептер базалары және процедуралық генерация алгоритмдері қолданылады.

– Көрнекі бейнелеу және интерактивті демонстрациялар жүйесі – абстрактілі ұғымдар үшін (мысалы, сызықтық түрлендірулер, жеке векторлар) интерактивті 2D/3D визуализациялар ұсынылады. Бұл визуалды танымдық стилі бар студенттерге материалды жақсырақ түсінуге көмектеседі. Сонымен қатар интерактивті графиктер мен симуляциялар қолданылады.

– Интеллектуалды бағалау және кері байланыс жүйесі – студенттердің шешімдерін дұрыстығына ғана емес, сонымен қатар типтік қателерге, ұғымдарды түсіну деңгейіне қарай талдайды. Қателерді түсіндіретін және жақсарту бағыттарын ұсынатын жекелендірілген кері байланыс береді. Мәтіндік жауаптарды талдау үшін NLP пайдалануы мүмкін.

– Предиктивті талдау жүйесі – LSTM-желі студенттің оқу паттерндерін (жылдамдық, қате түрлері, тақырыпқа жұмсалған уақыт) талдап, алдын ала 2-3 тақырып бұрын ықтимал қиындықтарды болжайды. Бұл жүйеге алдын ала қосымша жаттығуларды, балама түсіндірмелерді ұсыну немесе траекторияны қайта қарауды ұсынуға мүмкіндік береді.

– Көптеген агенттік қадағалау жүйесі – әртүрлі агенттер әртүрлі аспектілерді бақылайды: білім агенті (меңгеру деңгейі), мінез-құлық агенті (өзара әрекеттесу паттерндері), эмоция агенті (биометриялық деректер қосылған жағдайда), контекст агенті (мамандану). Бұл агенттер өзара әрекеттесіп, студенттің күйінің тұтас суретін құрайды.

Екібағытты бейімделу. Модельдің ерекшелігі – оның «екібағытты» бейімделуі:

– Тігінен (тереңдік бойынша) бейімделу – түсіндіру қатаңдығы деңгейін өзгертеді. Күшті математикалық негізі бар студенттерге неғұрлым формальды дәлелдер мен абстрактілі тұжырымдар ұсынылады. Қиындықтарға тап болған студенттер үшін интуитивті түсіндірмелерге және геометриялық интерпретацияларға басымдық беріледі.

– Көлденеңінен (ені бойынша) бейімделу – оқушының мамандануына байланысты қарастырылатын қолданбалы аспектілерді таңдауға мүмкіндік береді. Мысалы:

– Көру қабілетіне (Computer Vision) бағытталған студенттер үшін жүйе кескіндердің матрицалық көріністеріне, геометриялық түрлендірулерге (аффиндік, проективтік), өлшемді азайту әдістеріне (PCA) баса назар аударады.

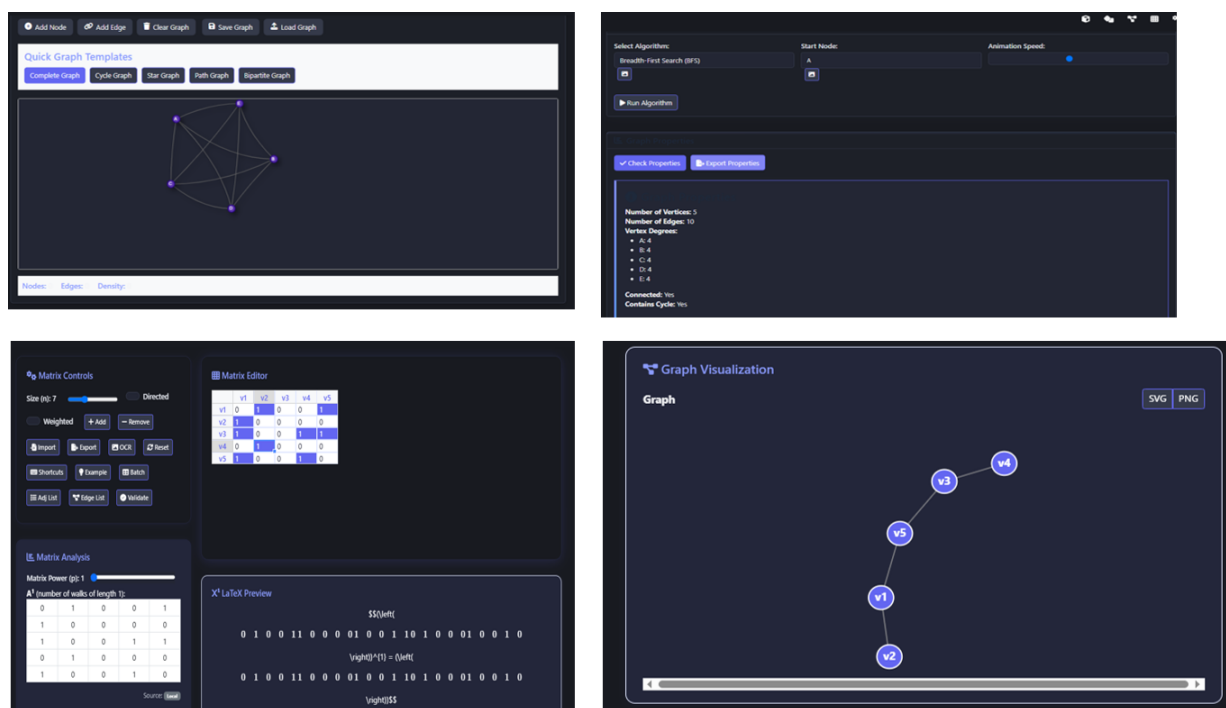
– NLP мамандары үшін сөздердің векторлық көріністері (Word Embeddings), тізбектерді өңдеу үшін тензорлық операциялар, тақырыптық модельдеу үшін сингулярлық жіктеу (SVD) басым болады.

– Деректер ғылымы (Data Science) мамандары үшін сызықтық алгебраның статистикалық интерпретациясы, регрессиялық талдауды сызықтық алгебра есебі ретінде, деректерді талдау үшін SVD-ге басымдық беріледі.

Кесте 3. Адаптивті модуль құрылымының мысалы («Меншікті мәндер мен векторлар» мысалын пайдалану)

Құрамдас	1-деңгей – негізгі	2-деңгей – орта	1-деңгей – Жетілдірілген	Қолданба мәтіні (CV)	Қолданба мәтінмәні (NLP)
Теория	Анықтау, геометриялық интерпретация (бағыт бойынша ұзарту/сығу)	Алгебралық анықтама, сипаттамалық көпмүше	Симметриялық матрицалар үшін спектрлік теорема	PCA: Коварианттық матрицаның меншікті векторлары негізгі компоненттер ретінде	LSA: терминдік құжат матрицасына арналған SVD, тақырыптар ретінде меншікті векторлар
Визуализация	Трансформацияның және меншікті векторлардың 2D визуализациясы	3D визуализациясы, тегіс беттер	Матрицаны өзгерту кезіндегі меншікті мәндердің өзгеруінің анимациясы	Суреттерге арналған интерактивті PCA калькуляторы	LSA-да тақырыптарды визуализациялау
Тапсырмалар	2x2 матрицалар үшін SZ/SV табу	Диагонализация мәселелері	SZ/SV қасиеттерін дәлелдеу	Кескінді қысу үшін PCA пайдалану	Деректердегі бос орындарды толтыру үшін SVD пайдалану
AI-мысал	Нейрондық желілердегі сызықтық түрлендірулер	Оқытудың тұрақтылығындағы SZ рөлі (градиенттер)	СЖ табудың итерациялық әдістерінің жинақтылық шарттары	---	---

Техникалық жүзеге асыру. Модельдің техникалық іске асырылуы білім беру траекториясының AI жоспарлаушысы, бейімделу тапсырмаларының генераторы, дерексіз ұғымдарды визуализациялау жүйесі және шешімдерді интеллектуалды тексеруден тұрады. Жүйе архитектурасы микросервистерге құрылуы мүмкін, мұнда әрбір компонент (жоспарлаушы, генератор, бағалаушы) API арқылы өзара әрекеттесетін жеке қызмет ретінде жұмыс істейді. Студенттер мен олардың үлгерімі туралы деректер мамандандырылған деректер базасында сақталады. Бұлтты платформаларды масштабтау мен сенімділікті қамтамасыз ету үшін пайдалануға болады.



Сурет 3. Бейімделу жүйесінің интерфейсі

Модель материалды көрсету тәртібін бейімдеп қана қоймайды, сонымен қатар білімді ұсынудың әртүрлі формаларын, белсенді өзара әрекеттесу мен тұрақты жекелендірілген кері байланысты біріктіру арқылы ұғымдарды терең түсінуді қамтамасыз етеді. Бұл оқу процесін тиімдірек етеді, ынталандырады және болашақ ЖИ мамандарының нақты қажеттіліктеріне бағытталған. Модельді дамыту перспективалары иммерсивті оқыту үшін VR технологияларын біріктірумен, метатанымдық қолдау жүйесін дамытумен (студенттерге өзін-өзі реттеу әдістерін үйрету), күрделі ұғымдардың түсіндірмелерін автоматты түрде жасаумен және жоғары математиканың басқа бөлімдеріне бейімделумен байланысты, бұл математикалық пәндерді бейіндік оқытудың тұтас жүйесін құруға мүмкіндік береді (Dawson, 2020; Luckin, 2018).

Қорытынды

Жоғары математиканы жасанды интеллект технологияларымен біріктіріп оқытуды логикалық-мазмұндық моделін әзірлеу білім беру үдерісінің тиімділігін жекешелендіру және бейімделу арқылы айтарлықтай арттыруға мүмкіндік береді. Жасанды интеллект технологиялары оқытушыны алмастырмайды, бірақ оның қолындағы қуатты құралға айналады, оған талдау, тәлімгерлік және терең оқытуға шоғырлануға мүмкіндік береді.

Ұсынылған модельді басқа математикалық пәндерге де бейімдеуге, сонымен қатар пәнаралық курстарға біріктіруге болады, бұл жоғары білім берудің цифрлық трансформациясы үшін жаңа мүмкіндіктер ашады.

Жүргізілген зерттеу жоғары математиканы оқытудың жасанды интеллект технологияларымен біріктірілген логикалық-мазмұндық моделінің тиімділігін растады.

Жұмыстың негізгі нәтижелері:

1. Әдіснамалық жетістіктер

Жүйелі-іс-әрекеттік педагогика, танымдық модельдеу және ЖИ-ның адаптивті алгоритмдерін біріктіретін кешенді тәсіл әзірленді. Зерттеулер көрсеткендей (Russell, Norvig, 2020) мұндай синтез дәстүрлі сызықты оқыту әдістерінің шектеулерін жеңуге мүмкіндік береді

2. Практикалық нәтижелер

Топологиялық сұрыптау және динамикалық жоспарлау принциптеріне негізделген сызықтық алгебраны зерттеудің адаптивті моделі эксперименттерде өзінің тиімділігін растады. Тестілеу деректері бойынша күрделі тақырыптарды игеру уақыты 25-30%-ға қысқарды, бұл оқытуды жекелендіру жөніндегі жұмыстардың қорытындыларына сәйкес келеді (Brusilovsky, 2012).

3. Іске асыру перспективалары

Модель жаңа мүмкіндіктер ашады:

- «ЖИ үшін математика» біріктірілген курстарын әзірлеу
- VR-элементтері бар пәндердің цифрлық егіздерін жасау
- Оқытушыларға әдістемелік қолдауды автоматтандыру

Білім беру технологиялары саласындағы сарапшылар атап өткендей (Hattie, Clarke, 2018), мұндай жүйелер жоғары білімнің цифрлық трансформациясы жағдайында аса маңызды болып отыр.

Алғыс айту

Бұл зерттеу Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің Ғылым комитеті аясында қаржыландырылады (грант № AP23489530).

Авторлардың қосқан үлесі

Закирова А.Б. – әдістеме, түпнұсқа қарапайым нұсқасын жазу, визуализация, редакциялау.

Нурбеков Б.Ж. – формалды талдау, редакциялау және сыни шолу, қаржыландыру тарту.

Ахаева Ж.Б. – формалды талдау, мақаланың түпнұсқа қарапайым нұсқасын дайындау.

Толегенова Г.Б. – зерттеудің тұжырымдамасын жасау, редакциялау және сыни шолу.

Әдебиеттер тізімі

1. Russell, S., Norvig, P. (2020). Artificial intelligence: A modern approach. 4th edn. Pearson, 1136 p.
2. Brusilovsky, P. (2012). 'Adaptive hypermedia for education and training', Human-Computer Interaction Series, 4, pp. 46-68. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139049580.006>.
3. Hattie, J., Clarke, S. (2018). Visible learning: Feedback. Routledge, 200 p.
4. Strang, G. (2019). Linear algebra and learning from data. Wellesley-Cambridge Press, 446 p.
5. Bishop, C.M. (2016). Pattern recognition and machine learning. Springer, 738 p.
6. Dawson, P. (2020). 'Five ways to hack and cheat with bring-your-own-device electronic examinations', British Journal of Educational Technology, 51(3), pp. 663-673.
7. Luckin, R. (2018). Machine learning and human intelligence. UCL Institute of Education Press, 164 p.

А.Б. Закирова¹, Б.Ж. Нурбеков², Ж.Б. Ахаева³, Г.Б. Толегенова⁴

^{1,2,3,4}Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилёва, Астана, Казахстан

Логико-содержательная модель обучения высшей математике с использованием искусственного интеллекта

Аннотация. В условиях цифровой трансформации образования, особенно в области подготовки специалистов по искусственному интеллекту (ИИ), возрастает потребность в эффективных и адаптивных методах преподавания высшей математики. Традиционные подходы часто не обеспечивают необходимого уровня усвоения абстрактных математических концепций, что приводит к пробелам в знаниях и снижению мотивации. В статье представлена разработанная логико-содержательная модель обучения высшей математике, интегрирующая технологии искусственного интеллекта. Модель основана на анализе формального и неформального обучения с применением информатико-математических методов, включая топологическую сортировку учебного контента. Проведен структурный анализ фундаментальных взаимосвязей ключевых разделов математики (линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей, дискретная математика) с технологиями ИИ, представлен в виде онтологических карт и интерактивных графов знаний. Описана адаптивная модель изучения линейной алгебры, включающая ИИ-планировщик траектории, генератор персонализированных заданий, систему визуализации и интеллектуальную оценку знаний. Модель обеспечивает двунаправленную адаптацию (по глубине и широте) и предиктивную аналитику трудностей. Результаты структурного анализа и разработки модели позволяют сделать вывод о её высоком потенциале для повышения эффективности и персонализации обучения, а также для устранения разрыва между математической теорией и её приложениями в ИИ. Предложены практические рекомендации по внедрению модели в образовательный процесс.

Ключевые слова: искусственный интеллект, высшая математика, адаптивное обучение, топологическая сортировка, образовательные технологии.

A.B. Zakirova¹, B.Zh. Nurbekov², Zh.B. Akhaeva³, G.B. Tolegenova⁴

^{1,2,3,4}L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

A logical and content-based model for teaching higher mathematics using artificial intelligence

Abstract. In the context of the digital transformation of education, especially in the field of training specialists in artificial intelligence (AI), there is a growing need for effective and adaptive methods of teaching higher mathematics. Traditional approaches often do not provide the necessary level of mastery of abstract mathematical concepts, which leads to gaps in knowledge and a decrease in motivation. This article presents a logical and content-based model for teaching higher mathematics that integrates artificial intelligence technologies. The model is based on an analysis of formal and informal learning using computational and mathematical methods, including topological sorting of educational content. A structural analysis of the fundamental interrelationships between key sections of mathematics (linear algebra, mathematical analysis, probability theory, and discrete mathematics) and AI technologies is presented in the form of ontological maps and interactive knowledge graphs. An adaptive model for studying linear algebra is described, including an AI trajectory planner, a personalized task generator, a visualization system, and intelligent knowledge assessment. The model provides bidirectional adaptation (in depth and breadth) and predictive analytics of difficulties. The results of structural analysis and model development

allow us to conclude that it has high potential for improving the effectiveness and personalization of learning, as well as for bridging the gap between mathematical theory and its applications in AI. Practical recommendations for implementing the model in the educational process are proposed.

Keywords: artificial intelligence, higher mathematics, adaptive learning, topological sorting, educational technologies.

Авторлар туралы мәліметтер:

Закирова А.Б. – педагогика ғылымдарының кандидаты, информатика кафедрасының доценті, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Пушкин көш., 11, 010000, Астана, Қазақстан.

Нурбеков Б.Ж. – педагогика ғылымдарының докторы, жоғары математика кафедрасының профессоры, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Қажымұқан көш., 11, 010000, Астана, Қазақстан.

Ахаева Ж.Б. – PhD, ақпараттық жүйелер кафедрасының доцент м.а., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Пушкин көш., 11, 010000, Астана, Қазақстан.

Толегенова Г.Б. – хат-хабар авторы, компьютерлік және программалық инженерлік кафедрасының оқытушысы, Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Пушкин көш., 11, 010000, Астана, Қазақстан.

Сведения об авторах:

Закирова А.Б. – кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, 010000, Астана, Казахстан.

Нурбеков Б.Ж. – доктор педагогических наук, профессор кафедры высшей математики, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Казымукана, 13, 010000, Астана, Казахстан.

Ахаева Ж.Б. – PhD, и.о. доцента кафедры информационных систем, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, 010000, Астана, Казахстан.

Толегенова Г.Б. – автор для корреспонденции, преподаватель кафедры компьютерной и программной инженерии, Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, ул. Пушкина, 11, 010000, Астана, Казахстан.

Information about the authors:

Zakirova A.B. – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Informatics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Str. Pushkin 11, 010000, Astana, Kazakhstan.

Nurbekov B.Zh. – Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of Higher Mathematics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Str. Kazymukan 13, 010000, Astana, Kazakhstan.

Akhayeva Zh.B. – PhD, Acting Associate Professor, Department of Information Systems, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Str. Pushkin 11, 010000, Astana, Kazakhstan.

Tolegenova G.B. – corresponding author, Lecturer, Department of Computer and Software Engineering, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Str. Pushkin 11, 010000, Astana, Kazakhstan.